

---

# Otros temas



---

# EL MODELO DE KALDOR BAJO CONDICIONES DE DEPENDENCIA ESPACIAL EL CASO DE LAS PROVINCIAS ESPAÑOLAS

**JOSÉ DANIEL BUENDÍA AZORÍN (\*)**

Departamento de Economía Aplicada

**MARÍA DEL MAR SÁNCHEZ DE LA VEGA**

Departamento de Métodos Cuantitativos para  
la Economía y la Empresa

Universidad de Murcia

Según enunciaba N. Kaldor (1) hace casi medio siglo, el sector industrial es el motor del crecimiento económico, argumentando que el éxito de los países ricos obedeció al desarrollo de su sector industrial. Kaldor formuló tres leyes sobre las causas del crecimiento económico señalando el importante rol desempeñado por el producto industrial.

La primera mostraba la elevada correlación entre el crecimiento del producto industrial y el crecimiento del output de la economía; la segunda planteaba la estrecha relación entre el crecimiento de la productividad industrial y el output de la industria manufacturera; y la tercera establecía una relación positiva entre el crecimiento de la productividad de la economía y el crecimiento del producto industrial y negativa con el crecimiento del empleo en los sectores no manufactureros.

Este protagonismo del sector industrial está asociado a su capacidad de absorción del progreso tecnológico que permite reducir los requerimientos de factores por unidad de producto, a su potencial para generar innovaciones en los procesos productivos y su liderazgo para inducir el crecimiento a través de su fuerte vinculación con el resto de actividades productivas. Además, estas actividades promueven y potencian los llamados nuevos vectores del crecimiento como la internacionalización, la innovación y el conocimiento. Todo ello desemboca en una serie de ventajas inherentes al sector industrial, entre las que destacan su mayor capacidad para crear más valor añadido por empleado, absorbe empleo más

calificado y estable, es la principal actividad exportadora, propicia en mayor medida la inversión en I+D y estimula la demanda de servicios avanzados.

El interés por la contrastación empírica de las leyes del crecimiento de Kaldor ha suscitado un buen número de trabajos tanto en el ámbito de países individuales como de las regiones. En el ámbito regional se ha consolidado una línea de investigación que ha incorporado las técnicas de la econometría espacial para mostrar la validez de las leyes de Kaldor. Algunas de estas aplicaciones han sido las realizadas en los estados de Estados Unidos (Bernat, 1996), las regiones de Europa (Fingleton y MacCombie, 1998) y (Pons y Viladecans, 1999a), las provincias españolas (Pons y Viladecans, 1999b) o las regiones griegas (Alexiadis y Tsagdis, 2006).

La importancia de considerar la interacción espacial entre las unidades geográficas reside en conocer si la distribución espacial de las variables objeto de estudio sigue un esquema aleatorio o de autocorrelación o dependencia espacial entre las observaciones, ya que en presencia de autocorrelación espacial los resultados de las estimaciones del modelo de mínimos cuadrados ordinarios (MCO) quedan invalidados.

Tal y como recogen Tiefelsdorf y Griffith (2007), la autocorrelación espacial en una variable tiene un triple origen: a) ausencia o falta de factores exógenos con diferentes patrones espaciales que están vinculados espacialmente a los residuos; b) los procesos subyacentes de los mecanismos de intercambio entre las observaciones; c) problemas de agregación de las unidades espaciales subyacentes. La presencia de autocorrelación viola el supuesto de independencia estocástica entre las observaciones, por lo que la presencia de residuos correlacionados espacialmente en la estimación del modelo de mínimos cuadrados ordinarios (MCO) produce estimaciones de los parámetros ineficientes (la matriz de varianzas-covarianzas del término de perturbación es no esférica), la varianza residual será sesgada y las predicciones MCO serán ineficientes.

Por tanto, cuando se detecta e identifica el esquema de autocorrelación espacial es frecuente utilizar como método de estimación el máximo-verosímil (MV). Los estimadores MV se obtienen a partir de la maximización del logaritmo de la función de verosimilitud asociada al modelo espacial especificado (2). Este procedimiento paramétrico requiere especificar la hipótesis de normalidad de la distribución del modelo subyacente.

Sin embargo, se pueden plantear métodos alternativos que no requieren establecer supuestos tan restrictivos sobre la distribución del modelo. Este es el caso del método semiparamétrico de filtrado espacial que se propone en este trabajo.

El objetivo de este trabajo consiste en evaluar el cumplimiento del modelo de Kaldor (3) sobre las causas del crecimiento económico de las provincias españolas durante el periodo expansivo 1995-2007, utilizando el método de filtrado espacial propuesto por Griffith (1996, 2000) para capturar la dependencia espacial de los residuos del modelo de regresión.

La información estadística utilizada procede de la publicación de la Contabilidad Regional de España realizada por el Instituto Nacional de Estadística (INE). Los datos correspondientes al Valor Añadido Bruto (VAB) del sector industrial y del VAB total en las diferentes provincias en términos reales se han calculado utilizando los deflatores sectoriales y del VAB total de las Comunidades Autónomas (4). El análisis sobre el crecimiento provincial se circunscribe a cincuenta provincias durante el último periodo expansivo de la economía española 1995-2007.

El resto del artículo está estructurado como sigue. El primer apartado proporciona una breve exposición del modelo de crecimiento regional desde la perspectiva neoclásica y postkeynesiana. Básicamente se sintetiza la aportación realizada por N. Kaldor enfatizando el papel de los rendimientos crecientes en las actividades industriales, la importancia del lado de la demanda en el crecimiento diferenciado de los diferentes territorios y la mejora de la eficiencia en el conjunto del sistema, presentando las ecuaciones

que nos permitirán evaluar el grado de cumplimiento de los mismos. En el segundo apartado se realiza el análisis exploratorio de los datos para detectar la presencia de autocorrelación espacial, justificando la incorporación del análisis espacial. El apartado tercero presenta la metodología de filtrado semiparamétrico de autocorrelación espacial basada en el enfoque de los vectores propios, como alternativa al enfoque paramétrico de los modelos autorregresivos de retardo o error. En el apartado cuarto se presentan los principales resultados del análisis de regresión realizado, que verifican el cumplimiento de las leyes de crecimiento de Kaldor en el contexto de las provincias españolas durante el periodo analizado. Finalmente, en las conclusiones se resumen los resultados alcanzados y sus implicaciones.

### ALGUNAS NOTAS SOBRE EL MODELO DE CRECIMIENTO REGIONAL DE N. KALDOR †

En el ámbito del crecimiento económico regional, los análisis sobre por qué unas regiones crecen más que otras, qué factores son los determinantes del crecimiento o por qué las diferencias interespaciales aumentan o disminuyen, se encuadran principalmente en dos corrientes diferenciadas, la neoclásica y la postkeynesiana. Representativo de la corriente neoclásica es el modelo de Borts y Stein (1964), que enfatiza los factores de la oferta (inputs capital y trabajo) y su movilidad interregional como determinantes principales del crecimiento. Entre los autores representativos de la corriente postkeynesiana se encuentra N. Kaldor, que en su trabajo publicado en 1966 incorpora la existencia de rendimientos crecientes a escala (en sentido amplio, incluyendo las economías externas y de aglomeración en la industria manufacturera –Ley de Verdoorn–), el papel determinante de la demanda (base exportación) y del movimiento de la «eficiencia de los salarios (5)» en el comportamiento de la producción y la exportación. Esta última determina si la participación de una región en el conjunto de mercados está aumentando o disminuyendo. Cuanto más baja sea la eficiencia de los salarios, más alto será el índice de crecimiento del producto.

En definitiva, el modelo de Kaldor proporciona un círculo virtuoso en la medida que los rendimientos crecientes proporcionan índices más altos de crecimiento de la productividad en las regiones con índices de crecimiento de producción más rápido. Estas regiones tendrán salarios de eficiencia más bajos puesto que éste disminuirá relativamente en aquellas regiones con una productividad superior al promedio y unos índices de crecimiento del producto igualmente superiores a la media.

Estos supuestos e hipótesis que conforman las tres leyes del crecimiento endógeno de Kaldor y que se pueden sintetizar en el papel que ejerce la industria manufacturera como motor del crecimiento económico pueden expresarse formalmente en las siguientes tres ecuaciones:

**FIGURA 1**  
**PRODUCTIVIDAD DEL TRABAJO RELATIVA DE LAS PROVINCIAS ESPAÑOLAS**



FUENTE: Elaboración propia a partir de datos del INE.

$$\dot{\rho}I_i = \alpha_1 + \beta_1 \dot{Q}I_i + \mu_i \beta_1 > 0 \quad (\beta_1 \text{ coeficiente de Verdoorn}) \quad [1]$$

$$\dot{\rho}T_i = \alpha_2 + \beta_2 \dot{Q}I_i + \delta_1 \dot{E}NI_i + \mu_i \beta_2 > 0 \quad \delta_1 < 0 \quad [2]$$

$$\dot{W}E_i = \beta_3 \dot{\rho}T_i + \mu_i \quad \beta_3 < 0 \quad [3]$$

donde:

$\dot{\rho}I_i$ : crecimiento de la productividad del trabajo en la industria.

$\dot{\rho}T_i$ : crecimiento de la productividad del trabajo de todos los sectores productivos.

$\dot{E}NI_i$ : crecimiento del empleo no industrial.

$\dot{Q}I_i$ : crecimiento de la producción industrial.

$\dot{W}E_i$ : crecimiento de la eficiencia de los salarios.

La ecuación [1] (ley de Verdoorn) afirma que existe una relación positiva entre la tasa de crecimiento de la productividad industrial y la tasa de crecimiento de la producción industrial. Este incremento de la producción industrial viene inducido en parte por el fuerte dinamismo de las exportaciones (base exportación) y, como consecuencia de los rendimientos crecientes (disminución de costes de producción), el excedente generado es reinvertido, aumentando el stock de capital y por consiguiente la mejora de la productividad industrial.

La ecuación [2] establece una relación positiva entre el crecimiento de la productividad de toda la economía y el crecimiento de la producción industrial y una relación negativa con el crecimiento del empleo no industrial. En efecto, el crecimiento de la producción industrial origina un desplazamiento de la mano de obra hacia el sector industrial, generándose simultáneamente el crecimiento de la productividad de los sectores no industriales.

En la ecuación [3] se afirma que existe una relación negativa entre la eficiencia de los salarios y la productividad del trabajo. Una productividad más alta como consecuencia de un crecimiento de la producción reduce la eficiencia de los salarios bajo el supuesto de que los crecimientos salariales son similares (6) en todas las regiones. Esto explica por qué las regiones de crecimiento relativamente rápido tienden a adquirir ventajas acumulativas con respecto a las de crecimiento lento.

### ANÁLISIS EXPLORATORIO DE LA DISTRIBUCIÓN ESPACIAL DE LAS VARIABLES ¶

Cuando se trata con datos espaciales no se deben ignorar los efectos de la localización y la dependencia espacial y, en este sentido, es útil la inclusión de mapas que permiten una visión adicional de los datos en el proceso descriptivo de las distribuciones espaciales de las variables. En la figura 1 se muestra la posición que ocupan las provincias españolas en tér-

CUADRO 1  
AUTOCORRELACION ESPACIAL DE LAS VARIABLES\*

Variable Provincial	I de Moran	C de Geary
$\hat{Q}I_i$	0.229 (0.001)	0.672 (0.004)
$\hat{E}N_i$	0.469 (0.001)	0.538 (0.001)
$\hat{\rho}I_i$	0.213 (0.020)	0.688 (0.014)
$\hat{\rho}T_i$	0.486 (0.001)	0.472 (0.001)
$\hat{W}E_i$	0.406 (0.001)	0.682 (0.001)

\* Número de observaciones n=50.

Entre paréntesis aparece el nivel de significación del estadístico.

FUENTE: Elaboración propia a partir de datos del INE.

minos de productividad del trabajo relativa del sector industrial y el total provincial respecto al promedio de España en 1995 y 2007. Se observa que las provincias que registran una productividad del sector industrial superior a la media tienden a registrar también una mayor productividad en sus economías y están localizadas mayoritariamente en la cornisa cantábrica y el noreste peninsular. Asimismo, se pone de manifiesto una cierta tendencia al agrupamiento de las provincias con productividad superior a la media (norte peninsular) y aquéllas con registros inferiores (sur peninsular), siendo indicativo de la posible existencia de dependencia espacial.

Por tanto, como se puso de manifiesto anteriormente, es necesario considerar la localización espacial de cada provincia para evaluar la importancia del efecto espacial a la hora de analizar el cumplimiento del modelo de Kaldor sobre el crecimiento económico. Para detectar la presencia de autocorrelación espacial en las variables utilizadas recurrimos a los estadísticos I de Moran y C de Geary (7), y al diagrama de dispersión de Moran para la variable productividad industrial. Para el cálculo de los estadísticos es necesario definir la matriz de contacto o contigüidad (8)  $W$ , en las que cada elemento  $w_{ij}$  recoge la interacción entre observaciones. En este trabajo se utiliza la matriz de contactos binaria en la que los valores de  $w_{ij}$  son igual a 1 si dos provincias son vecinas y cero en otro caso. Esta matriz  $W$  es estandarizada por filas.

En el cuadro 1 se presentan los resultados obtenidos de los estadísticos de autocorrelación espacial de las variables (9) producción industrial ( $\hat{Q}I_i$ ), empleo no industrial ( $\hat{E}N_i$ ), productividad industrial ( $\hat{\rho}I_i$ ), productividad total ( $\hat{\rho}T_i$ ) y los salarios de eficiencia ( $\hat{W}E_i$ ) de las provincias españolas en el periodo 1995-2007.

Los valores de estos estadísticos muestran la existencia de autocorrelación espacial positiva en las variables, lo que indica que las provincias con mayor productividad industrial tienen como vecinos provincias

con productividad elevada y las que presentan valores bajos tienen vecinos con productividades bajas.

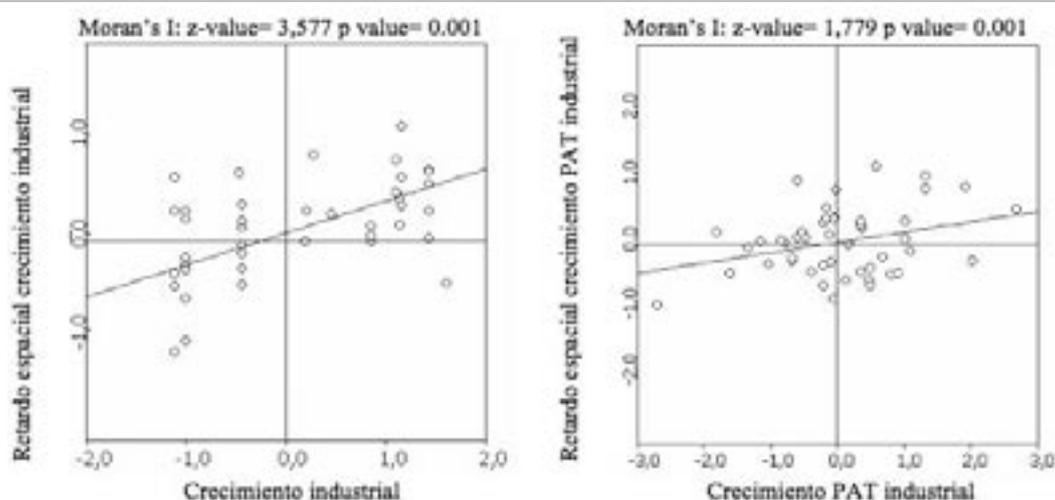
Para visualizar este esquema de asociación espacial positiva, se presenta en la figura 2 (en la página siguiente) el diagrama de dispersión de Moran referido al crecimiento del producto industrial y de la productividad del trabajo industrial de las provincias españolas en el periodo 1995-2007. Como se observa, en el eje de abscisas se representan los valores normalizados del crecimiento del producto y la productividad del trabajo industrial para cada provincia y en ordenadas las correspondientes a las provincias vecinas (retardo espacial). La mayoría de las provincias están posicionadas en los cuadrantes I y III en el diagrama de dispersión de Moran, lo que indica un esquema de asociación espacial positiva en consonancia con los valores positivos del índice de Moran.

Por consiguiente, se concluye del análisis espacial exploratorio que las variables provinciales del modelo presentan autocorrelación espacial, por lo que para realizar la contrastación del cumplimiento del modelo de Kaldor en el proceso de crecimiento económico de las provincias españolas es necesario considerar el factor de vecindad o proximidad geográfica (correlación espacial) como elemento explicativo de las mismas.

#### EL FILTRADO SEMIPARAMÉTRICO DE AUTOCORRELACIÓN ESPACIAL $\nabla$

El análisis de datos que presentan autocorrelación espacial suele realizarse a través de modelos que especifican directamente una estructura espacial, siendo los más frecuentes los modelos autorregresivos espaciales (10). En el caso del estudio de las leyes de Kaldor y los efectos espaciales éste ha sido el enfoque utilizado hasta ahora (ver Bernat, 1996 y Pons y Viladecans, 1999a, 1999b, entre otros). Como alternativa, en este trabajo utilizamos la técnica de filtrado espacial de Griffith (1996, 2000). Esta técnica presenta ventajas en cuanto a la robustez en presencia de errores de

**FIGURA 2**  
**DIAGRAMA DE DISPERSIÓN DE MORAN DEL CRECIMIENTO DEL PRODUCTO**  
**Y LA PRODUCTIVIDAD DEL TRABAJO INDUSTRIAL PROVINCIAL 1995-2007**



FUENTE: Elaboración propia a partir de datos del INE.

**CUADRO 2**  
**VECTORES PROPIOS SELECCIONADOS**

Regresión	Autovectores candidatos	Autovectores significativos
$\hat{\rho}_i = \alpha_1 + \beta_1 \hat{Q}_i + \mu_i$	$e_7, e_2, e_9, e_{13}, e_4, e_5, e_{11}$	$e_7, e_1, e_2, e_9, e_{13}$
$\hat{\rho}T_i = \alpha_2 + \beta_2 \hat{Q}_i + \delta_1 \hat{E}N_i + \mu_i$	$e_8, e_2, e_3, e_9, e_5, e_7, e_4, e_6$	$e_8, e_2, e_3, e_9, e_5, e_7$
$WE_i = \beta_3 \hat{\rho}T_i + \mu_i$	$e_1, e_{12}, e_5, e_4, e_2, e_3$	$e_1, e_{12}, e_5, e_4$

FUENTE: Elaboración propia a partir de datos del INE.

especificación del modelo frente al enfoque tradicional basado en la estimación de máxima verosimilitud. Además, permite extraer distintas componentes del proceso espacial, que pueden visualizarse y aportar una interpretación muy sencilla (11).

El procedimiento de Griffith descompone la variable estudiada en función de una componente sistemática o no espacial, que es una combinación lineal de las variables explicativas observadas, y una componente espacial formada por una combinación lineal de variables sintéticas que representan la estructura espacial de conjunto de datos. Estas componentes se pueden incorporar en un marco de modelización MCO o de modelos lineales generalizados (MLG). En los trabajos de Griffith (1996, 2000) se consideran los autovectores de una matriz  $V$ , obtenida a partir de la matriz de conectividad  $W$ ; y la técnica que desarrollan consiste en introducir como regresores estos autovectores para construir un modelo de regresión lineal en el que los errores no presentan dependencia espacial, por lo que se pueden utilizar las técnicas de estimación MCO (12).

### RESULTADOS EMPÍRICOS ‡

Como se ha constatado en el apartado 3, las variables que se utilizan para evaluar el cumplimiento del

modelo de Kaldor sobre el crecimiento económico de las provincias españolas en el periodo considerado presentan un esquema de autocorrelación espacial positiva. Por tanto, para la estimación de cada una de las ecuaciones del modelo se utiliza el método de filtrado espacial propuesto por Griffith, que captura la autocorrelación espacial mediante una combinación lineal de variables sintéticas.

El procedimiento consiste en el cálculo de los autovectores de la matriz de contigüidad transformada  $V$ , que se denotan por  $e_1, e_2, \dots, e_{50}$ . A continuación, se seleccionan los autovectores cuyo valor absoluto del estadístico de Moran estandarizado está por debajo de un umbral. Finalmente, a partir de los autovectores encontrados se seleccionan los que son estadísticamente significativos como variables explicativas de la correspondiente variable dependiente, ver cuadro 2 (13).

Los resultados de la estimación MCO de cada una de las ecuaciones espaciales incluyendo los vectores significativos se presentan en los cuadros 3, 4 y 5, en la página siguiente).

El cuadro 3 muestra los resultados de la regresión [1], en el que se verifica la relación positiva y significativa entre el crecimiento de la productividad industrial y el crecimiento del *output* industrial. También se pone de manifiesto que el aumento de la producción

**CUADRO 3**  
**PARÁMETROS ESTIMADOS EN LA REGRESIÓN (1). VARIABLE DEPENDIENTE:  $\hat{\rho}_l$**

	Valor	Std.Error	t-statistic	Prob
Constante	-10.523	4.593	-2.291	0.026 **
$\hat{Q}_l$	0.722	0.082	8.746	0.000 ***
$e_7$	56.660	16.683	3.396	0.001 ***
$e_1$	-35.654	16.683	1.819	0.038 **
$e_2$	30.341	16.683	1.819	0.075*
$e_3$	-32.887	16.683	-1.971	0.055*
$e_{1,3}$	31.475	16.683	1.887	0.065*
R <sup>2</sup> ajustado	0.665			
F-statistic	17.230			

\* Significativo al nivel de confianza del 10%.

\*\* Significativo al nivel de confianza del 5%

\*\*\* Significativo al nivel de confianza del 1%.

FUENTE: Elaboración propia a partir de datos del INE.

**CUADRO 4**  
**PARÁMETROS ESTIMADOS EN LA REGRESIÓN (2). VARIABLE DEPENDIENTE:  $\hat{\rho}T_l$**

	Valor	Std.Error	t-statistic	Prob
Constante	4.234	0.227	18.632	0.000 ***
$\hat{Q}_l$	0.081	0.031	2.621	0.012 **
$\hat{E}N_l$	-0.446	0.033	-13.477	0.000 ***
$e_8$	1.593	0.325	4.890	0.000 ***
$e_2$	0.993	0.325	3.048	0.004 **
$e_3$	0.796	0.325	2.444	0.018 **
$e_5$	-0.759	0.325	-2.332	0.024 **
$e_6$	-0.657	0.325	-2.017	0.050 *
$e_{1,3}$	-0.663	0.325	-2.036	0.048 **
R <sup>2</sup> ajustado	0.823			
F-statistic	29.570			

\* Significativo al nivel de confianza del 10%.

\*\* Significativo al nivel de confianza del 5%

\*\*\* Significativo al nivel de confianza del 1%.

FUENTE: Elaboración propia a partir de datos del INE.

**CUADRO 5**  
**PARÁMETROS ESTIMADOS EN LA REGRESIÓN (2). VARIABLE DEPENDIENTE:  $\hat{W}E_l$**

	Valor	Std.Error	t-statistic	Prob
Constante	2.484	0.194	12.741	0.000 ***
$\hat{\rho}T_l$	-0.835	0.054	-15.324	0.000 ***
$e_1$	-0.988	0.296	-3.338	0.001 **
$e_{12}$	-1.371	0.296	-4.631	0.000 ***
$e_5$	-0.804	0.296	-2.716	0.009 **
$e_4$	-0.738	0.296	-2.494	0.016 *
R <sup>2</sup> ajustado	0.849			
F-statistic	56.20			

\* Significativo al nivel de confianza del 10%.

\*\* Significativo al nivel de confianza del 5%

\*\*\* Significativo al nivel de confianza del 1%.

FUENTE: Elaboración propia a partir de datos del INE.

industrial explica en algo más de dos terceras partes el incremento de la productividad industrial.

En el cuadro 4 se muestran los resultados de la estimación de la ecuación [2], que confirman que el crecimiento de la productividad agregada depende positivamente del crecimiento del *output* industrial y negativamente del crecimiento del empleo no industrial. Como se observa, el crecimiento de la productividad agregada es explicado en un 82,3% por los aumentos de la producción industrial y el crecimiento del empleo no industrial.

Finalmente, en el cuadro 5 se presentan los resultados de la ecuación [3], en la que se constata la relación inversa entre la eficiencia de los salarios y el crecimiento de la productividad agregada, como lo pone de manifiesto el valor negativo del parámetro y el elevado coeficiente de determinación ajustado.

En resumen, la contrastación realizada del modelo de Kaldor en el contexto del crecimiento de las provincias españolas en el periodo 1995-2007 verifica su cumplimiento y pone de relieve el importante papel del sector industrial en el crecimiento del conjunto de la economía. Como se puso de manifiesto en el inicio de este trabajo, y al margen de otras consideraciones, se corrobora el carácter determinante del sector industrial en el crecimiento económico debido a su liderazgo para inducir el crecimiento a través de su fuerte vinculación con el resto de actividades.

## CONCLUSIONES †

En este trabajo se ha evaluado el cumplimiento del modelo de Kaldor en el proceso de crecimiento económico experimentado por las provincias españolas en el periodo 1995-2007. Los resultados obtenidos confirman su validez, verificando la existencia de rendimientos crecientes en la industria, efectos *spillovers* de la industria al aumento de la productividad del resto de sectores y el efecto positivo de la productividad sobre los costes laborales unitarios.

Un aspecto importante del trabajo ha sido incorporar el análisis de la dependencia espacial de las variables del modelo y probar la existencia de autocorrelación en las mismas. Como se ha puesto de manifiesto en el trabajo, la presencia de autocorrelación viola el supuesto de independencia estocástica entre las observaciones, por lo que la presencia de residuos correlacionados espacialmente en la estimación MCO produce estimadores ineficientes.

Por tanto, para corroborar el cumplimiento del modelo de Kaldor bajo condiciones de autocorrelación espacial de las variables estudiadas se ha utilizado el enfoque semiparamétrico de filtrado espacial para capturar los efectos estadísticos de la autocorrelación espacial como alternativa a los habituales procedimientos paramétricos de modelos autorregresivos (retardo espacial y error espacial), que suponen con frecuencia el supuesto no siempre adecuado

sobre la distribución subyacente del modelo (distribución normal).

El análisis exploratorio muestra que son las provincias localizadas en la cornisa cantábrica, el noreste y Madrid las que registran una productividad del trabajo industrial y total superior a la media, existiendo una cierta tendencia a la formación y agrupamiento de dos tipos diferenciados de provincias, las que presentan una productividad superior a la media (norte peninsular) y aquellas con registros inferiores (sur peninsular).

Los resultados obtenidos de cada una de las especificaciones del modelo de Kaldor verifican que el aumento de la producción industrial explica en algo más de dos terceras partes el incremento de la productividad industrial, que el crecimiento de la productividad agregada depende positivamente del crecimiento del *output* industrial y negativamente del crecimiento del empleo no industrial y la elevada influencia de la productividad del trabajo en la reducción de la eficiencia de los salarios (costes laborales unitarios).

Finalmente, señalamos que aunque se ha corroborado la consistencia del modelo de Kaldor en el crecimiento económico de las provincias españolas en el periodo 1995-2007, puede tener interés formular en investigaciones futuras un planteamiento en el que, por un lado, se amplíen los factores explicativos del crecimiento de la productividad del trabajo a otras variables como la inversión en capital fijo, la inversión en I+D, la difusión tecnológica, el capital humano, el grado de internacionalización o la especialización productiva y, por otro, se realicen las estimaciones del modelo de filtrado espacial con datos de panel, puesto que presenta numerosas ventajas en la investigación aplicada y se obtienen estimaciones más eficientes.

---

**\* Este trabajo se ha visto beneficiado por los comentarios y sugerencias realizadas por un evaluador.**

---

## NOTAS ‡

- [1] Véase Kaldor (1966, 1975).
- [2] Algunas trabajos realizados desde esta perspectiva son los de Bernat (1996) y Pons-Novell, J. y Viladecans-Marsal, E. (1999). En ellos se contrastan las leyes de Kaldor mediante la utilización de modelos paramétricos autorregresivos en su doble formulación, modelo de retardo espacial y modelo de error espacial.
- [3] La formulación planteada en este trabajo está recogida en Richardson, H.W.(1977).
- [4] En las Comunidades Autónomas pluriprovinciales se extrapolan los deflatores regionales del sector industrial y del total del VAB a las provincias, supuesto que en algunos casos puede distorsionar la interpretación de los resultados obtenidos.
- [5] Según Kaldor el movimiento de los salarios de eficiencia es el resultado de la variación relativa de los salarios monetarios respecto a la variación de la productividad. Esta definición se identifica con el concepto más actual de coste laboral unitario. Formalmente se expresa como:  $W_m / \dot{p}$  donde  $W_m$  = crecimiento del salario monetario y  $\dot{p}$  = crecimiento de la productividad del trabajo.
- [6] Este supuesto se explica por la influencia de algunos factores, entre ellos, el entorno institucional, los efectos de la mo-

- vilidad interregional de la mano de obra y los convenios colectivos a nivel nacional.
- [7] La definición de estos estadísticos puede consultarse en Anselin(1988) y Anselin y Florax(1995).
- [8] La dependencia espacial entre provincias es formulada con la matriz de contactos  $W$  en términos de contigüidad (frontera física común) y expresa la importancia que tiene la cercanía y el contacto físico entre provincias en la distribución de las variables. También es habitual plantear matrices de distancias, en las que  $w_{ij}$  suele representar la inversa de la distancia entre las observaciones  $i$  y  $j$ .
- [9] Las variables están expresadas en términos de crecimiento y los datos utilizados proceden de la publicación de la Contabilidad Regional de España realizada por el Instituto Nacional de Estadística y pueden consultarse en el siguiente enlace online: [http://www.ine.es/daco/daco42/cre00/serieh/cre00\\_sh.htm](http://www.ine.es/daco/daco42/cre00/serieh/cre00_sh.htm).
- [10] Una exposición de estos modelos puede encontrarse, entre otros, en Anselin (1988), Anselin y Hudak (1992) y LeSage y Pace (2009).
- [11] En el anexo se detalla el desarrollo formal del método semiparamétrico de filtrado espacial empleado en este trabajo.
- [12] También se aplica en modelos lineales generalizados, para errores con una distribución de Poisson (Griffith, 2002) o errores binomiales (Griffith, 2004).
- [13] La descripción detallada del procedimiento seguido se presenta en el anexo.
- [14] Tal como apuntan Griffith y Peres-Neto (2006), las técnicas de filtrado espacial basadas en los autovectores tienen carácter semiparamétrico, debido a que la autocorrelación es una función desconocida (no paramétrica), que hay que estimar a partir de un conjunto de datos; la función se incorpora mediante una combinación lineal de un conjunto de variables cuyos coeficientes hay que estimar (paramétrico).

## BIBLIOGRAFÍA

- ALEXIADIS, S. y TSAGDIS, D.(2006): «Reassessing the Validity of Verdoorn's Law under Conditions of Spatial Dependence: A case of the Greek Regions». *Journal of Post Keynesian Economics*, vol. 29, nº 1, pp.149-175.
- ANSELIN, L.(1988): *Spatial econometrics: Methods and models*. Dordrecht, Boston: Kluwer Academic Publishers.
- ANSELIN, L. y HUDAK, S.(1992): «Spatial econometrics in practice: A review of software options». *Regional Science and Urban Economics*, vol. 22, nº 3), pp. 509-536.

- ANSELIN, L. (2001): *Spatial econometrics. In A companion to theoretical econometrics*, ed. Badi H. Baltagi, 310-30. Malden: Blackwell.
- ANSELIN, L. y FLORAX, R.J.(1995): *New directions in spatial econometrics*. Springer-Verlag, Berlin.
- BERNAT, G. A.(1996): «Does manufacturing matter?: a spatial econometric view of Kaldor's laws». *Journal Regional Science*, nº 36: pp. 463-77.
- BORTS, G.H. y STEIN, J.L.(1964): *Economic Growth in a Free Market*. Nueva York: Columbia U.P.
- CLIFF, A. y ORD, J.(1981): *Spatial process: Models & applications*. London: Pion.
- FINGLETON, B. y MACCOMBIE, J.S.L. (1998): «Increasing returns ana economic growth: some evidence for manufacturing from the European Union regions». *Oxford Economic Paper*, nº 50: pp. 80-105.
- GRIFFITH, D.A.(1996): «Spatial autocorrelation and eigenfunctions of the geographic weights matrix accompanying geo-referenced data». *The Canadian Geographer*, nº 40, pp. 351-367.
- GRIFFITH, D.A.(2000): «A linear regression solution to the spatial autocorrelation problem». *Journal of Geographical Systems*, nº 2, pp. 141-156.
- GRIFFITH, D.A.(2002): «A spatial filtering specification for the auto-Poisson model». *Statistics and Probability Letters*, nº 58, pp. 245-251.
- GRIFFITH, D.A.(2004): «A spatial filtering specification for the autologistic model». *Environment and Planning A*, nº 36, pp. 1791-1811.
- GRIFFITH, D. y PERES-NETO, P.(2006): «Spatial modeling in ecology: the flexibility of eigenfunction spatial analyses». *Ecology*, nº 87, pp. 2603-2613.
- KALDOR, N.(1966): *Causes of the slow rate of growth of the United Kingdom*. Cambridge University Press. Cambridge.
- KALDOR N.(1975): «Economic growth and the Verdoorn law». *Economic Journal*, nº 85, pp. 891-896.
- LESAGE, J. y PACE, R .(2009): *Introduction to Spatial Econometrics*. CRC Press Inc.
- PONS NOVELL, J. y VILADECANS-MARSAL, E.(1999a): «Kaldor's laws and spatial dependence: evidence for the European regions». *Regional Studies*, vol. 33, nº 5, pp. 443-451.
- PONS NOVELL, J. y VILADECANS-MARSAL, E.(1999b): «Leyes de Kaldor y efectos espaciales. Una aplicación a las provincias españolas». *Revista Asturiana de Economía*, nº 14, pp.131-148.
- RICHARDSON, H.W.(1977): *Teorías del crecimiento regional*. Ed. Pirámide. Madrid.
- TIEFELSDORF, M. y GRIFFITH, D.(2007): «Semi-parametric filtering of spatial autocorrelation: the eigenvector approach». *Environment and Planning A*, nº 39,pp. 1193-1221.

ANEXO  
EL MÉTODO DE FILTRADO ESPACIAL

Tradicionalmente la econometría espacial incorpora la autocorrelación espacial en los denominados modelos autorregresivos espaciales. Una forma general del modelo autorregresivo es el llamado modelo tipo Cliff-Ord (ver Anselin, 1988, Anselin y Hudak, 1992 y LeSage y Pace, 2009):

$$\begin{aligned} y &= \rho W_1 y + X\beta + u, \\ u &= \lambda W_2 u + \varepsilon \\ \varepsilon &\sim (0, \Omega) \end{aligned}$$

donde  $W_1$  y  $W_2$  son dos matrices de pesos (que pueden ser iguales),  $y$  es un vector ( $n \times 1$ ) de la variable endógena para las  $n$  observaciones georreferenciadas,  $X$  es una matriz ( $n \times k$ ) de  $k$  variables exógenas, incluyendo un vector unidad ( $n \times 1$ ),  $\beta$  es el vector de los parámetros de regresión y  $\varepsilon$  es un vector ( $n \times 1$ ) de las perturbaciones aleatorias. Estos modelos capturan la dependencia espacial a través de uno o dos parámetros. Su estimación puede realizarse por el método de máxima verosimilitud o por el método generalizado de los momentos (ver Anselin, 1988, 2001), ya que el método MCO no resulta adecuado debido a las consecuencias que la dependencia espacial produce en los estimadores.

Un método alternativo es el filtrado espacial propuesto por Griffith (1996, 2000) que descompone la variable con dependencia espacial en función de una componente que captura la dependencia espacial, obtenida mediante un filtro espacial, y otra no espacial, que no presenta dependencia espacial. El filtro espacial es una combinación lineal de autovectores de una matriz construida a partir de la matriz de pesos. Así, se consideran los autovectores de la matriz

$$M \cdot W \cdot M \tag{A.1}$$

donde  $W$  es la matriz de conectividad y  $M = I^{-1}(1' 1)^{-1}$ , siendo  $I$  la matriz identidad de orden  $n$ , y  $1$  un vector de orden  $n \times 1$  cuyos elementos son todos iguales a 1. Sea  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$  un conjunto de autovectores ortogonales dos a dos de la matriz [A.1] asociados respectivamente a los autovalores  $\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$  con  $\lambda_i \geq \lambda_{i+1}$  para  $i=1, 2, \dots, n-1$ . El valor del coeficiente de Moran, CM, en cada autovector  $e_i$  es igual a  $k\lambda_i$  para  $i=1, 2, \dots, n$ , siendo  $K$  una constante (que vale 1 para formulaciones habituales de la matriz  $W$ ) y  $k\lambda_1$  y  $k\lambda_n$  son, respectivamente, los valores máximos y mínimos que puede tomar el estadístico de Moran para la matriz  $W$  considerada. Además, el primer autovector,  $e_1$ , es un conjunto de valores numéricos que da lugar al mayor coeficiente de Moran que se puede alcanzar para la matriz de contigüidad  $W$ , el segundo autovector,  $e_2$ , da lugar a un CM mayor o igual que cualquier otro vector incorrelado con  $e_1$ , y en general el valor de CM en  $e_j$  es mayor o igual que el correspondiente a cualquier otro vector incorrelado con  $\{e_1, e_2, \dots, e_{j-1}\}$  para  $j=2, \dots, n$ . Basándose en estas propiedades, se introducen como regresores los autovectores para construir un modelo de regresión lineal en el que los errores no presentan dependencia espacial, por lo que se pueden utilizar las técnicas de estimación MCO.

A partir de los resultados anteriores, el trabajo de Tiefelsdorf y Griffith (2007) presenta un procedimiento de filtrado espacial semi-paramétrico (14) para modelos autorregresivos espacialmente retardados Gaussianos y modelos autorregresivos espaciales simultáneos Gaussianos (conocidos también como modelos de error espacial). Los primeros tienen la expresión

$$y = \rho W y + X\beta + \varepsilon \tag{A.2}$$

y los segundos son de la forma

$$y = \rho W y + (I - \rho W) X\beta + \varepsilon \tag{A.3}$$

donde  $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I)$ , es la variable endógena,  $X$  es la matriz de variables exógenas y  $W$  una matriz de contigüidad.

Los modelos [A.2] y [A.3] pueden reescribirse de forma que se establezca la conexión con un modelo de la forma  $y = X\beta + E\gamma + \varepsilon$ , siendo  $E$  una matriz de variables exógenas ausentes o no especificadas, las cuales presentan conjuntamente un patrón espacial respecto a las relaciones espaciales recogidas en  $W$ . Este enfoque considera que la variable dependiente puede descomponerse en tres componentes estadísticamente independientes: a) una componente de tendencia espacial sistemática en función de variables exógenas que tienen un significado sustantivo para el problema estudiado, b) una señal estocástica que incorpora un proceso espacial subyacente o variables exógenas omitidas con estructura espacial, y c) las perturbaciones ruido blanco. Su propuesta se basa en construir variables que sean capaces de representar adecuadamente la señal estocástica. Estas variables son los autovectores de la matriz

Los modelos [A.2] y [A.3] pueden reescribirse de forma que se establezca la conexión con un modelo de la forma  $y = X\beta + E\gamma + \varepsilon$ , siendo  $E$  una matriz de variables exógenas ausentes o no especificadas, las cuales presentan conjuntamente un patrón espacial respecto a las relaciones espaciales recogidas en  $W$ . Este enfoque considera que la variable dependiente puede descomponerse en tres componentes estadísticamente independientes: a) una componente de tendencia espacial sistemática en función de variables exógenas que tienen un significado sustantivo para el problema estudiado, b) una señal estocástica que incorpora un proceso espacial subyacente o variables exógenas omitidas con estructura espacial, y c) las perturbaciones ruido blanco. Su propuesta se basa en construir variables que sean capaces de representar adecuadamente la señal estocástica. Estas variables son los autovectores de la matriz

$$M \frac{1}{2} (W + W^t) M \tag{A.4}$$

siendo  $M = I - 1(1'1)^{-1}$  o  $M = I - X(X'X)^{-1}X'$ , según que se considere el modelo de retardo espacial (modelo [A.2]) o el modelo autorregresivo espacial (modelo [A.3]), respectivamente. Sea  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$  un conjunto de autovectores ortogonales dos a dos de la matriz [A.4], entonces constituye una base para las variables espaciales proxy del modelo de regresión espacial considerado. Al utilizar estos autovectores como regresores, pueden funcionar como proxies de variables explicativas no incluidas.

Dado que el número de autovectores coincide con el de observaciones, no resulta adecuado considerarlos todos como regresores, por lo que se seleccionan aquéllos cuyo valor absoluto del estadístico de Moran estandarizado es inferior a un valor umbral. Para un modelo de regresión lineal estándar, como el que consideramos aquí, el procedimiento de selección de los autovectores se realiza mediante una regresión por etapas y cada etapa incorpora el autovector que da lugar a una mayor reducción del estadístico de Moran, hasta alcanzar un valor predeterminado.

La aplicación del procedimiento descrito a las variables del modelo de Kaldor, en las que se ha detectado la existencia de autocorrelación positiva y que la dependencia espacial está reflejada en el error, conlleva la selección de un subconjunto de vectores propios de la matriz [A.4], con  $M = I - X(X'X)^{-1}X'$  y  $X$  la matriz de variables independientes. A continuación, a partir de los autovectores encontrados se eligen los que son estadísticamente significativos como variables explicativas. Una combinación lineal de estos autovectores constituye el filtro espacial, que incorporado a la regresión correspondiente elimina la autocorrelación espacial de los residuos.

Así, las regresiones que se estiman (por MCO) son:

$$\hat{\rho}l_i = \alpha_1 + \beta_1 \hat{Q}l_i + \sum_{j=1}^{k_1} \gamma_{r_j} e_{r_j} + \mu_i. \quad [A.5]$$

$$\hat{\rho}T_i = \alpha_2 + \beta_2 \hat{Q}l_i + \delta_1 \hat{E}Nl_i + \sum_{j=1}^{k_2} \gamma_{s_j} e_{s_j} + \mu_i. \quad [A.6]$$

$$\hat{W}E_i = \beta_3 \hat{\rho}T_i + \sum_{j=1}^{k_3} \gamma_{t_j} e_{t_j} + \mu_i. \quad [A.7]$$

donde  $\{e_{r_j}\}_{j=1}^{k_1}$ ,  $\{e_{s_j}\}_{j=1}^{k_2}$  y  $\{e_{t_j}\}_{j=1}^{k_3}$ , son respectivamente, el conjunto de autovectores seleccionados para cada una de las tres regresiones